



Avaliar para superar erros e dificuldades em álgebra linear

Evaluate to overcome mistakes and difficulties in linear algebra

Paula Barros*, José Fernandes**, Cláudia Araújo**

*Instituto Politécnico de Bragança, **Universidade do Minho

Resumo

A preocupação com a promoção de aprendizagens significativas em álgebra linear esteve na base de uma intervenção de ensino que visou, essencialmente, estudar o impacto sobre a aprendizagem dos alunos de um ensino centrado na exploração dos erros e dificuldades. Em sintonia com esta perspetiva, integrou-se na avaliação a reformulação dos trabalhos de grupo e a revisão dos minitestes, de modo a incentivar os alunos a identificar e tomar consciência dos seus erros e a desenvolver aptidões para os corrigir e ultrapassar as dificuldades. Neste texto descreve-se essa componente formativa e retratam-se as opiniões dos alunos sobre o processo.

Palavras chave: álgebra linear, ensino superior, avaliação.

Abstract

The concern with the promotion of meaningful learning in linear algebra was the basis of a teaching intervention that essentially aimed at analysing the impact on students' learning of a teaching centred on the exploration of errors and difficulties. In line with this perspective, the evaluation included the reformulation of the group work and the revision of the mini-tests, in order to encourage students to identify and become aware of their mistakes and to develop skills to correct them and overcome the difficulties. This text describes this formative component and portrays the students' opinions about the process.

Keywords: linear algebra, higher education, evaluation.

Introdução

Em Portugal, tanto no subsistema politécnico como no universitário, tópicos de álgebra linear fazem parte do currículo de diversos planos de estudos de cursos de licenciatura, como, por exemplo, nas áreas de matemática, física, engenharia, gestão, etc. De forma similar, a nível internacional, a álgebra linear tem também uma forte presença em vários cursos do ensino superior (Dorier, 2000, 2016; Oktaç & Trigueros, 2010).

Apesar desta relevância, a apropriação dos conceitos de álgebra linear pelos estudantes não é fácil como comprovam diversas investigações, tanto a nível nacional (Barros, Fernandes & Araújo, 2012; Barros, Araújo & Fernandes, 2013; Gonçalves, 2005) como internacional (Aygör & Ozdag, 2012; Birinci, Delice & Aydin, 2014; Delgado, Mendoza & Castañeda, 2009; Hillel, 2000; Hurman, 2007), nas quais se faz referência a erros e dificuldades dos alunos na resolução de tarefas ligadas ao tema.

O conhecimento sobre os erros pode constituir uma mais-valia para o professor, na medida em que o incentiva a procurar estratégias de ensino da matemática mais adequadas às necessidades dos alunos, insistindo nos aspetos que geram mais dificuldades, ao mesmo tempo que o ajuda a preparar tarefas mais eficientes de correção dos erros (Ferreira & Brumatti, 2009; Socas, 2000, Socas, 2007). A preocupação que deve guiar o professor não é tanto corrigir os erros, mas conseguir que o aluno tome consciência dos seus erros e seja capaz de os corrigir (De La Torre, 1993, Ramos & Curi, 2014), devendo-se, assim, usar na sala de aula estratégias que propiciem a discussão sobre os erros, levando os alunos a participar ativamente na sua superação (Cury, 2004; Engler et al., 2004; Pochulu, 2004). De acordo com esta perspetiva, realizou-se uma intervenção de ensino com alunos do ensino superior, inserida num estudo mais alargado, que visou, entre outros aspetos, analisar o impacto sobre a aprendizagem dos alunos de um ensino centrado na exploração dos erros e dificuldades. Como “a avaliação não constitui uma componente isolada e dissociada de todo o processo educativo, mas acima de tudo ela é uma parte inseparável de um complexo sistema onde o fim último do ato educativo é a aprendizagem” (Santos, 2008, p.12), procurou-se que alguns dos métodos de avaliação implementados visassem também a superação de erros e dificuldades, assumindo assim uma vertente formativa.

Método

Nesta secção descreve-se, de forma resumida, a intervenção de ensino, focando-se, essencialmente, os aspetos que mais diretamente se relacionam com a componente formativa da avaliação.

Participantes e contexto do estudo

A intervenção de ensino foi realizada numa turma de 28 alunos, do curso de Engenharia Química e Biológica, que frequentavam a unidade curricular (UC) Álgebra Linear e Geometria Analítica (ALGA). Os alunos tinham idades compreendidas entre os 18 e 25 anos e a maioria (64,3%) não estava a frequentar a unidade curricular pela primeira vez.

A unidade curricular ALGA funciona no 1.º ano, 1.º semestre, sendo as aulas lecionadas em dois tempos semanais cada um com duas horas. Os conteúdos programáticos estão organizados de acordo com os

temas: números complexos, matrizes e determinantes, sistemas de equações lineares, geometria analítica, espaços vetoriais, aplicações lineares e valores e vetores próprios. Na intervenção de ensino realizada foram apenas objeto de estudo os temas matrizes e determinantes e sistemas de equações lineares.

A intervenção de ensino visou um ensino mais centrado no aluno, e, em termos gerais, as aulas seguiram a metodologia de resolução de tarefas em grupo e posterior discussão em grande grupo. Em termos de avaliação, para além do exame final, realizaram-se um teste diagnóstico, trabalhos de grupo e minitestes. Deste processo também fez parte a reformulação dos trabalhos de grupo e a revisão dos minitestes, as quais assumiram um forte cunho formativo, pois tinham como intuito incentivar os alunos a identificar e tomar consciência dos seus erros e a desenvolver aptidões para corrigir e ultrapassar as dificuldades. Desta forma, como referem Abrantes e Leal (2005), encaravam-se as tarefas de avaliação como fonte de aprendizagem.

A reformulação dos trabalhos. As tarefas propostas pretendiam privilegiar um trabalho mais autónomo por parte dos alunos, levando-os, sempre que possível, a interpretar conceitos e a descobrir propriedades. Contudo, algumas tarefas tinham um objetivo mais específico no âmbito da investigação, pretendendo-se que levassem à discussão de erros e dificuldades. Para tal, propuseram-se questões em que estavam em causa conceitos e procedimentos geradores de erros e dificuldades, algumas das quais envolviam a análise de “resoluções” de outros alunos no sentido de promover a discussão acerca dos erros cometidos e da sua correção. Após a resolução das tarefas no grupo, as produções dos alunos eram sempre apresentadas à turma, a maior parte das vezes na aula seguinte, realizando-se um debate em grande grupo orientado pela professora. Este tinha como intuito a análise das diferentes resoluções, no sentido de reconhecer a(s) resposta(s) correta(s), identificar e corrigir os erros cometidos, com a participação ativa dos alunos em todo o processo. Quando a aula do debate era mais espaçada em relação à aula em que foi efetuado o trabalho, isto é, passava para a semana seguinte, a professora fazia previamente comentários nos trabalhos efetuados. Assim, colocava pequenas notas, alertando para aspetos que teriam de repensar ou reformular, e enviava a sua digitalização para os alunos para que estes tivessem algum tempo para refletir em algumas das suas respostas. Depois do debate em grande grupo, os alunos podiam ainda corrigir o trabalho efetuado e reformular o que considerassem adequado.

O processo de revisão dos minitestes. Os dois minitestes foram realizados no fim de cada um dos temas, em data previamente combinada com os alunos. As perguntas eram de resposta fechada e os alunos podiam usar como apoio o *software Microsoft Mathematics*, assim como um formulário, previamente fornecido.

A revisão dos minitestes foi também realizada em ambiente de sala de aula, numa aula extra, em horário previamente acordado com os alunos. Antes da revisão dos minitestes os alunos tiveram acesso ao enunciado e no próprio dia da revisão foi-lhes fornecida a resolução

que tinham feito antes. Caso houvesse erros na resposta, convidava-se o aluno a identificar o erro e a procurar corrigi-lo, o que, por vezes, era complementado com comentários/questões da professora no sentido de o induzir à procura da resposta correta. Por exemplo, no caso em que um aluno respondeu que uma afirmação universal era verdadeira com base num exemplo que a verificava, a professora colocou as seguintes questões: “Será o exemplo mais adequado para justificar? Um exemplo prova que a afirmação é verdadeira? O que é que acontece em outras situações?”. Na revisão pretendia-se que os alunos ao corrigir as suas respostas, tentassem dar resposta a essas notas da professora, que pretendiam geralmente levar o aluno a rever novamente as definições ou os procedimentos de cálculo.

A classificação final de cada miniteste resultou da soma das classificações obtidas nas duas fases do processo. Aquando da revisão, os alunos tiveram acesso à classificação obtida na primeira fase (realização do miniteste), atribuída tendo em conta os critérios definidos. A avaliação quantitativa da segunda parte do processo (revisão dos minitestes) seguia as seguintes regras: nas questões em que cometeram erros os alunos podiam obter até metade da pontuação perdida se corrigissem os erros e respondessem às notas registadas pela professora, quando tal se justificasse; por cada questão que os alunos não tinham respondido poderiam recuperar um quarto da pontuação da pergunta se a resolvessem corretamente. Neste último caso pretendia-se motivar os alunos que não tinham tido um desempenho positivo a resolver essas questões. Na revisão os alunos podiam consultar todo o material que quisessem, assim como trocar impressões com os colegas.

Instrumentos e procedimentos

A recolha de dados relativa à intervenção de ensino foi realizada através de gravação de aulas, do material produzido pelos alunos, de um questionário escrito e de entrevistas semiestruturadas. Com o questionário pretendia-se obter uma avaliação da intervenção de ensino do ponto de vista dos estudantes. As questões que se prendem diretamente com a componente formativa da avaliação que aqui se descreve eram duas. Nestas pretendia-se que os alunos expressassem o seu grau de concordância relativo às afirmações dadas com base numa escala tipo Likert: discordo totalmente (DT), discordo (D), concordo (C) e concordo totalmente (CT). O questionário foi aplicado na última aula da UC.

As entrevistas foram realizadas individualmente a cada um dos alunos (designados no texto por A_i , com $1 \leq i \leq 28$) e pretendiam aprofundar e esclarecer algumas das opiniões dadas no questionário. Estas foram realizadas em horário previamente acordado com os alunos, após estes já conhecerem a classificação final que tinham obtido à unidade curricular.

Resultados e discussão

Como já se referiu, as resoluções dos trabalhos foram objeto de apreciação por parte da professora, sendo por vezes devolvidas com sugestões para reformular ou completar as respostas. A maior parte dos alunos concorda (C) ou concorda totalmente (CT) com as

afirmações que estabelecem uma apreciação favorável deste processo (Tabela 1). Porém, é de realçar que 28,6% dos alunos consideraram que a reformulação era um trabalho acrescido, pelo que nem sempre realizaram as correções solicitadas. Referindo-se nas entrevistas a este aspeto, alguns alunos alegaram que não se empenharam no estudo, que havia falta de predisposição dos elementos de grupo para se juntarem ou falta de tempo: “Não fazíamos por causa da preguiça. Não nos apetecia fazer, porque há tempo para tudo, que é mesmo assim. (...) Nós é que: ‘deixamos para amanhã’. É a preguiça, falta de vontade” (A17); “A desvantagem era mesmo só quando tivéssemos que nos juntar em grupo para fazer alguma coisa, de resto não vejo desvantagens” (A22); “Havia alturas que tinha mais coisas para fazer. E quando foi perto das frequências, da entrega de relatórios. Essas coisas às vezes acontecem porque fica sempre alguma coisa para trás” (A10).

Tabela 1.
Contributos do processo de revisão/reformulação dos trabalhos

	D/DT (%)	C/CT (%)
Permitiu-me obter um feedback importante sobre o trabalho realizado	–	96,4
Ajudou-me a identificar os erros cometidos	–	96,4
Permitiu-me tomar consciência das minhas dificuldades	3,6	92,9
Fez-me rever alguns conceitos que ainda não tinha compreendido	10,7	85,7
Contribuiu para eu ultrapassar algumas dificuldades	7,1	89,3
Contribuiu para que estivesse mais atento às discussões em grande grupo, pois podia reformular o que entreguei	10,7	85,7
Era um trabalho acrescido pelo que nem sempre realizei as correções solicitadas	67,9	28,6

Nas entrevistas, comentando as vantagens da reformulação dos trabalhos, os alunos referiram-se ao facto de terem *feedback* sobre a correção das suas resoluções, à possibilidade de corrigir o erro, aprender com essa correção, evitar a repetição do erro e terem um incentivo para o estudo: “É muito importante porque vemos onde estão os erros, corrigimos e, tantas vezes insistimos, que até já entra. (...) E permite-nos também ter uma ideia daquilo que fizemos. E rever e estudar, porque, ao fim e ao cabo, estudamos outra vez” (A26); “Com certeza que foi [benéfico] porque aí eu pude ver onde é que errei e fazíamos a correção e fomos à procura da resposta certa” (A18).

Mesmo os alunos que não fizeram todas as reformulações dos trabalhos pensam que o processo contribuiu para a sua aprendizagem, pois consideram que o feedback dado era importante: “Mesmo que não se faça, lê-se. Tem-se ideia do erro” (A19); “Esse trabalho também nos ajudou a ver que erramos. Nós pensávamos que estava bem. Acho que desta forma nos ensina a pensar e a saber onde é que fizemos o erro” (A10).

Já no que diz respeito à revisão dos minitestest, considerando a opinião dos estudantes (Tabela 2) pode-se constatar que este processo também trouxe vantagens para a sua aprendizagem, pois mais de 85% dos alunos concorda (C) ou concorda totalmente (CT) com as afirmações sobre a avaliação desse processo de revisão, sendo uma minoria os que discordam (D) ou discordam totalmente (DT).

Tabela 2.
Opinião dos estudantes sobre a revisão dos minitestest

	D/DT (%)	C/CT (%)
O confronto com os meus próprios erros contribuiu para que tomasse consciência das minhas dificuldades	3,6	92,9
Saber que podia recuperar uma parte da pontuação perdida foi um incentivo para que estudasse um pouco mais	–	96,4
Explicar qual a causa dos meus erros contribuiu para que tomasse consciência de quais os procedimentos/propriedades que não são válidos	10,7	85,7
Este processo tornou-me mais autónomo na resolução das tarefas	7,1	89,3
Este processo estimulou-me a refletir sobre o meu raciocínio	3,6	92,9
As questões/sugestões da professor ajudaram-me a refletir sobre o trabalho realizado	3,6	92,9

Nas entrevistas os alunos enfatizam igualmente as vantagens da revisão dos minitestest, focando a recuperação da pontuação, a motivação para o estudo e a apropriação dos procedimentos corretos de resolução: “(...) percebia onde errava e tinha mais disposição para voltar atrás, para estudar e para fazer, puxa mais por mim na resolução das reformulações” (A2); “Vantajoso é. Para além de nos poder melhorar a nota, também vemos onde é que erramos e pronto arranjamos outro método, outra forma de resolução” (A1).

No entanto, nem todos os alunos aproveitaram na totalidade as potencialidades dessa revisão pois, embora pudessem ter resolvido novamente os minitestest em casa, para posteriormente terem mais facilidade na respetiva revisão, apenas 10 estudantes o fizeram para os dois minitestest, tendo seis alunos tomado essa decisão somente no caso do segundo miniteste.

Alguns dos alunos que não tentaram resolver novamente os minitestest consideraram que essa atitude se deveu a alguma autoconfiança na correção das suas respostas aquando da sua realização: “Para ser sincero eu (...) até pensava que teria melhor nota do que realmente tive. E depois aconteceu... ‘Olha se eu soubesse tinha revisto. Tinha feito em casa.’” (A19); “Se tivesse resolvido em casa, chegava à reformulação e conseguia subir a minha nota. Neste caso isso não aconteceu. Mas muitas vezes ia para lá com a ideia de que aquilo ia estar certo. Eu pensava que ia ter boa nota. E lá está, também me permitiu ver o meu erro” (A26); “Pensei que ia chegar lá e do género: ‘Já sei onde é que errei, vou resolver’, mas depois acabava por me deparar ainda com mais erros. E

acho que fiz mal em não ter pegado e não ter resolvido. Até que tinha a vantagem de ter os testes lá no virtual. Foi um bocado, se calhar, de desleixo da minha parte” (A1).

Outros alunos alegaram falta de tempo, desmotivação, falta de reflexão sobre o assunto ou pouca vontade de trabalhar: “Lá está a desmotivação também vem. É errado, uma pessoa não deve desmotivar assim, mas depois não sei... deixei-me ir um bocado abaixo e já estava. Se fosse hoje já pensava de maneira diferente, já viria aqui [ao gabinete] mais vezes tirar dúvidas” (A24); “Não resolvi e não me lembro porque é que não resolvi. Tempo tivemos. Acho que nem sequer raciocinamos, na altura nem pensamos que poderia ser importante” (A22); “Agora vou-me dar ao trabalho. Chego lá e faço lá isto. (...) Chego lá e vejo o que está bem e o que está mal. Logo vejo por um colega, ou assim” (A17).

Os alunos que mudaram de atitude simplesmente aquando da revisão do segundo miniteste, tomando a decisão de o resolver novamente para preparar a respetiva retificação, reconhecem que da primeira vez não tinham refletido sobre as vantagens da situação ou não se tinham inteirado sobre procedimentos: “O primeiro não resolvi nada [em casa]. Se calhar nem nós nos lembrámos de poder já levar as coisas feitas. E o segundo já resolvi. Já tinha visto” (A10); “No primeiro não, que eu não sabia que se podia levar. Mas depois sim. Era dois estudos: eu fiz o teste, tive dúvidas, chegava a casa ia fazer a correção, já tirava as dúvidas. Porque quando estou a estudar pela primeira vez não sei o que é que vai sair, não é? E depois via as minhas dúvidas e já as clarificava” (A5).

A maioria dos alunos aprova que a revisão dos minitestes tenha sido realizada presencialmente. Na sua opinião se a revisão fosse efetuada “em casa” não seria tão profícua, por não haver garantias que fossem eles a resolver, porque não se organizariam para fazer a revisão atempadamente ou porque poderiam ter mais dificuldades, como se pode constatar pelos seus comentários nas entrevistas: “Foi melhor. Se levássemos para casa, se calhar não íamos fazer por nós, juntávamos todos e há sempre alguém que faz mais do que nós” (A2); “Depois uma pessoa em casa iria dizer: ‘Faço hoje, faço amanhã, faço passado’ e no dia não temos nada feito. E, se for na aula, já não se vai sair de lá sem fazer ou tentar fazer. Eu falo por mim, porque sou daquelas pessoas que vou deixando, vou deixando e depois...” (A10); “Se tínhamos alguma dúvida, podíamos perguntar à professora ou comentar com os colegas. Se se estiver em casa sozinha, não se tem certezas, nem é a mesma coisa” (A15).

As questões/sugestões escritas nos minitestes pela professora aquando da primeira correção, com o intuito de ajudar os alunos na identificação dos erros e na procura da resposta correta não tiveram o mesmo impacto para todos os alunos. Para a maioria deles essas indicações foram uma mais-valia para detetarem os erros e os corrigirem: “Ajudou porque às vezes a pessoa vê que está ali mal, mas não consegue, logo de imediato, descobrir e avançar dali para a frente. Então com essas notas era mais fácil, já sabíamos o que procurar em concreto” (A8); “Aqueles dicazinhos que punha, sim.

Dava não só para resolver o exercício, mas mesmo a nível de nós sabermos onde estava o erro. Porque senão íamos olhar para aquilo e se calhar para nós até estava bem, não é?” (A16).

Porém há alunos que não deram grande importância a essas anotações limitando-se a resolver novamente as questões, muitas vezes sem interligar com o percurso anteriormente efetuado: “Eu liguei [às notas], só que algumas frases deixavam ali muito em aberto. E eu, sinceramente, já não conseguia. Faltava ali qualquer coisa que me fizesse..., faltava um clique. E eram várias, e eu vá sinceramente. Como é isto afinal? Está errado agora porquê?” (A19); “Eu limitei-me mais a resolver. Às vezes ia ver o que é que a professora punha lá, porque também gosto de saber, mas não tentei” (A24). Desta forma, é perfeitamente natural que estes alunos discordem que explicar qual a causa dos seus erros tivesse contribuído para que tomassem consciência de quais os procedimentos/propriedades que não são válidos (Tabela 2).

Conclusões

Em termos de resultados do estudo, salienta-se o importante contributo da componente formativa da avaliação para a aprendizagem dos alunos, na medida em que tanto a reformulação dos trabalhos como a revisão dos minitestes permitiram que os alunos tomassem consciência das suas dificuldades e dos seus erros, e muitos deles refletissem novamente sobre conceitos e procedimentos que não tinham compreendido.

O facto de não estarem habituados a estes procedimentos de reformulação, o excesso de confiança na correção de algumas das suas resoluções aquando da resolução dos minitestes e terem dificuldade em se organizar quando tinham necessidade de fazer trabalho extra-aula (de lembrar que a maioria deles tinha ALGA em atraso e estava a frequentar outros anos) fez com que não aproveitassem integralmente as potencialidades deste tipo de avaliação, embora, em geral, reconheçam as suas vantagens. De notar, por exemplo, que uma das alunas, que confessa ter ido à revisão com o intuito de copiar por um colega, assegura que o confronto das resoluções acabou por gerar alguma discussão e, por consequência, uma aprendizagem de que não estava à espera: “Às vezes falávamos, discutíamos aquilo que ele pensava que eu tinha mal. E eu dizia-lhe: ‘Porque é que fizeste isto assim?’ ‘Então, tens de fazer isto e isto.’ (...) Discutíamos mais do que no trabalho em grupo. Por exemplo, nós tínhamos lá uma matriz que o A20 tinha tudo bem, mas fez de outra maneira e eu enganei-me lá num passo (...). Não ia copiar o exercício. E eu disse-lhe: ‘não consigo ver onde é que está o meu erro’. E ele disse: ‘enganaste-te, tens de subtrair aqui nesta linha’. E eu: ‘Ah! Pois é.’ E depois resolvi tudo direitinho” (A17).

Um dos aspetos que pode constituir uma desvantagem deste processo de revisão dos minitestes e reformulação dos trabalhos é o facto de se gastar mais tempo na avaliação, implicando também uma maior quantidade de trabalho para o professor, aspetos que também são referenciados por Menino e Santos (2004) e Cherepinsky (2011) ao descreverem experiências com características

similares. No entanto, como afirma Cherepinsky, “é um investimento de tempo que vale a pena para o professor e para o estudante” (p. 300).

Referências

- Abrantes, P. & Leal, L. (2005). Será possível integrar aprendizagem e avaliação? In H.M. Guimarães, A. Silva, J.P. Ponte, L. Santos, M. Abrantes & P. Abrantes (Orgs.), *Paulo Abrantes – Intervenções em educação matemática* (pp. 23-32). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Aygor, N., & Ozdag, H. (2012). Misconceptions in linear algebra: the case of undergraduate students. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 46, 2989-2994. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.05.602>
- Barros, P. M., Araújo, C. M. & Fernandes, J. A. (2013). Raciocínios de estudantes do ensino superior na resolução de tarefas sobre matrizes. *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp.295-308). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Barros, P. M., Fernandes, J. A. & Araújo, C. M. (2012). Raciocínios desenvolvidos na verificação das soluções de sistemas de equações lineares. *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp.333-347). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Birinci, D. K., Delice, A., & Aydin, E. (2014). University students' solution processes of linear equation. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 152, 563-568. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.09.244>
- Cherepinsky, V. (2011). Self-reflective grading: getting students to learn from their mistakes. *Primus: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 21(3), 294-301. <http://dx.doi.org/10.1080/10511970903147861>
- Cury, H. N. (2004). Análise de erros em educação matemática. *Veritati Salvador*, 3(4), 95-107.
- De la Torre, S. (1993). *Aprender de los errores – El tratamiento didáctico de los errores como estrategia de innovación*. Madrid: Editorial Escuela Española, S.A.
- Delgado, O. T., Mendoza, H. J., & Castañeda, A. M. (2009). Implicação da base orientação das ações e direção do processo de estudo na aprendizagem dos alunos na atividade de situações problema em sistema de equações lineares. In *VIII Congresso Norte e Nordeste de Educação em Ciência e Matemática*. Boa Vista: UERR. Consultado em fevereiro 21, 2011, em <http://www.dmat.ufr.br/~hector/Artigo3.pdf>.
- Dorier, J.-L. (Ed.) (2000). *On the teaching of linear algebra*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Dorier, J.-L. (2016). Duality between formalism and meaning in the learning of linear algebra. In R. Göller, R. Biehler, R. Hochmuth & H.-G.Rück (Ed.), *Didactics of Mathematics in Higher Education as a Scientific Discipline*. Kassel: Universitätsbibliothek Kassel. Consultado em Agosto 2, 2016, em <http://archive-ouverte.unige.ch/unige:85576>.
- Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S., & Hecklein, M. (2004). Los errores en el aprendizaje de matemática. *Revista Premisa*, 6(23), 23-32.
- Ferreira, D. H., & Brumatti, R. N. (2009). Dificuldades em matemática em um curso de engenharia elétrica. *Horizontes*, 27(1), 51-60.
- Oktaç, A., & Trigueros, M. (2010). ¿Cómo se aprenden los conceptos de álgebra lineal?. *Relime*, 13(4-II), 373-385. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33529137022>
- Gonçalves, R. J. (2005). *Três estudos sobre o ensino e a aprendizagem dos conceitos de subespaço gerado e conjunto de vectores geradores*. Dissertação de mestrado, Universidade do Porto, Porto.
- Hillel, J. (2000). Modes of description and the problem of representation in linear algebra. In J.-L. Dorier (Ed.), *On the teaching of linear algebra* (pp. 191-207). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Hurman, A. L. (2007). El papel de las aplicaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra lineal. In Ruiz, A. (Productor académico), *Enseñanza del álgebra*. Colección digital Eudoxus (N.º 3). Consultado em junho 11, 2013, em: <http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/view/50/48>
- Menino, H., & Santos, L. (2004). Instrumentos de avaliação das aprendizagens em Matemática: o uso do relatório escrito, do teste em duas fases e do portefólio no 2.º ciclo do ensino básico. *Actas do XV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp.271-291). Covilhã: Associação de Professores de Matemática.
- Pochulu, M. D. (2004). Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. *Revista Iberoamericana de Educación*, 35(4). <http://www.rieoei.org/deloslectores/849Pochulu.pdf>.
- Ramos, M. L. P. D. & Curi, E. (2014). O uso do erro como estratégia didática: uma nova perspectiva na reconstrução do conhecimento. *Perspectivas da Educação Matemática*, 7(13), 84-102. <http://seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/492>
- Santos, L. (2008). Dilemas e desafios da avaliação reguladora. In L. Menezes, L. Santos, H. Gomes & C. Rodrigues (Orgs.), *Avaliação em matemática: Problemas e desafios* (pp.11-35). Viseu: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Socas, M. M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. In M. C. Machín, P. F. Martínez, & P. B. Catalán (Orgs.), *Investigación en Educación Matemática XI* (pp. 19-52). Tenerife: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Socas, M. (2000). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. In L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: Editorial Horsori.